Colle du 02/10 - Sujet 1
Bijection et trigonométrie

Question de cours. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

1. Etudier la fonction f.
2. Démontrer que f définit une bijection sur son domaine de définition. On note g sa réciproque.
3. Montrer que g est dérivable et calculer sa dérivée.
4. Calculer $\frac{\left(f(x)^2+1\right)^2}{f(x)}$.
5. En déduire g.
6. Retrouver le résultat de la question précédente par une autre méthode.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des $x \in [-\pi;\pi]$ tels que $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$.

Colle du 02/10 - Sujet 2
Bijection et trigonométrie

Question de cours. Montrer que la fonction cosinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ à l'aide de limites usuelles.

Exercice 1.

1. Montrer que la fonction tangente définit une bijection de $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ dans un ensemble V que l'on déterminera. On note φ sa réciproque.
2. Déterminer le tableau de variation de φ et préciser $\varphi(0)$ et $\varphi\left(\sqrt{3}\right)$.
3. Montrer que φ est dérivable sur V et déterminer sa dérivée.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sin\left(3x - \frac{\pi}{5}\right)\cos\left(x + \frac{4\pi}{5}\right) = \sin\left(x + \frac{4\pi}{5}\right)\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right)$.

Colle du 02/10 - Sujet 3
Bijection et trigonométrie

Question de cours. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \ln\left(x^2 - 1\right)$ définit une bijection de $]1;+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ et préciser sa fonction réciproque.

Exercice 1. Calculer $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right)$ puis $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}_+$ l'équation $x^7 + x^4 = 2268$.